



בית ספר תיכון שיהם

רחוב החושן 2 א' ת.ד. 271 שיהם, 6080232 טל: 03-7712196, פקס: 03-9792140
משרד החינוך, נחוז מרכז, סמל מוסד 441337



עבודת קיץ לתלמידים

העולים לכיתה יא' - 4 יח"ל

תלמידים יקרים,

ענו על השאלות הבאות. הקפידו לכתוב דרכי פיתרון בכל סעיף.

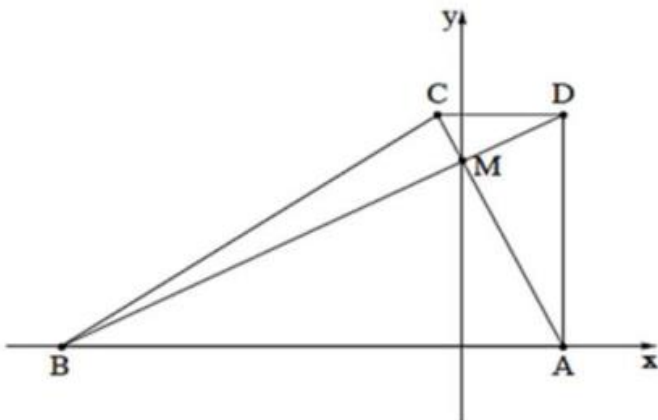
בהצלחה וחופשה נעימה,

אמיר, מיכל וגלית.



גיאומטריה משולבת

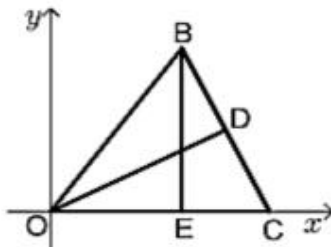
שאלה 1



- נתון טרפז ישר זווית $ABCD$ ($AD \perp AB, AB \parallel DC$).
 הקודקודים A ו- B נמצאים על ציר ה- x , כמתואר בסרטוט.
 אלכסוני הטרפז נפגשים בנקודה M , שנמצאת על ציר ה- y .
 נתון: האלכסון AC מאונך לאלכסון BD .
 משוואת הישר AC היא: $y = -2x + 8$.
- מצאו את משוואת הישר BD .
 - מצאו את שיעורי הקודקודים A, B, C ו- D .
 - (1) חשבו את גודל הזווית ABD .
 (2) חשבו את גודל הזווית BCD .
 - מצאו את שטח המשולש BCD .

פתרון: א. $y = \frac{1}{2}x + 8$ ב. $A(4,0), B(-16,0), C(-1,10), D(4,10)$ ג. 26.56°
 ד. 146.3° ה. $F(-11,10)$ או $F(9,10)$

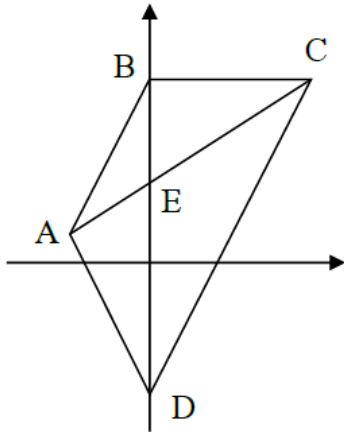
שאלה 2



- במשולש OBC העבירו גבהים OD ו- BE לצלעות BC ו- OC בהתאמה.
 הנקודה O היא ראשית הצירים. הנקודה C נמצאת על ציר ה- x .
 משוואת הישר BC היא: $y = -2x + 20$.
- מצאו את אורך הצלע OC .
 - (1) מצאו את משוואת הישר OD .
 (2) חשבו את גודל הזוויות החדות של המשולש ODC .
 - הוכיחו כי המשולשים BEC ו- ODC דומים.
 - נתון: $\frac{S_{BEC}}{S_{ODC}} = 0.8$.
- (1) חשבו את אורך הצלע BC .
 (2) חשבו את שטח המשולש OBC .

א. $OC = 10$ ב. $y = \frac{1}{2}x$ (1) ב. $\angle C = 63.43^\circ, \angle COD = 26.565^\circ$ (2)
 ד. $BC = 4\sqrt{5}$ (1) ד. $S_{\triangle OBC} = 40$ יח"ר

שאלה 3



אלכסוני הטרפז $ABCD$ ($AB \parallel CD$) נחתכים בנקודה E .
 הקודקודים B ו- D נמצאים על ציר ה- y .
 נתון: $A(-3,1)$, $B(0,7)$. שטח המשולש $\triangle ABD$ הוא 18 יח"ר.

א. חשבו את אורך האלכסון BD .

ב. מצאו את שיעורי הקודקוד D .

ג. נתון: $\angle CBD = 90^\circ$.

מצאו את משוואת הישר שעליו מונחת השוק BC .

ד. הוכיחו: $\triangle ABE \sim \triangle CDE$.

ה. נתון: $E(0,3)$.

1. מצאו את יחס הדמיון בין המשולש $\triangle ABE$ למשולש $\triangle CDE$.

2. חשבו את שטח המשולש $\triangle ABE$.

3. חשבו את שטח המשולש $\triangle CDE$.

א. 12 יח"ר. ב. $D(0,-5)$. ג. $y=7$. ה. 1:2. 1. 2. 6 יח"ר. 3. 24 יח"ר.

שאלה 4

במשולש ישר זווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$) הקודקוד C מונח על ציר ה- x .

מהקודקוד B הורידו אנך לציר ה- x החותך אותו בנקודה D .

הנקודה O היא ראשית הצירים.

א. הוכיחו: $\triangle AOC \sim \triangle CDB$.

ב. משוואת הצלע AC היא: $4y + 3x = 48$.

מצאו את אורך הצלע AO .

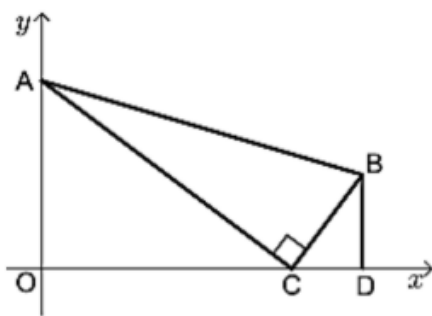
ג. נתון כי יחסי השטחים $\frac{S_{\triangle AOC}}{S_{\triangle CDB}} = \frac{64}{9}$.

(1) מצאו את אורך הצלע CD .

(2) מצאו את אורכי הצלעות CO ו- BD .

ד. (1) חשבו את גודל הזווית $\angle CBA$.

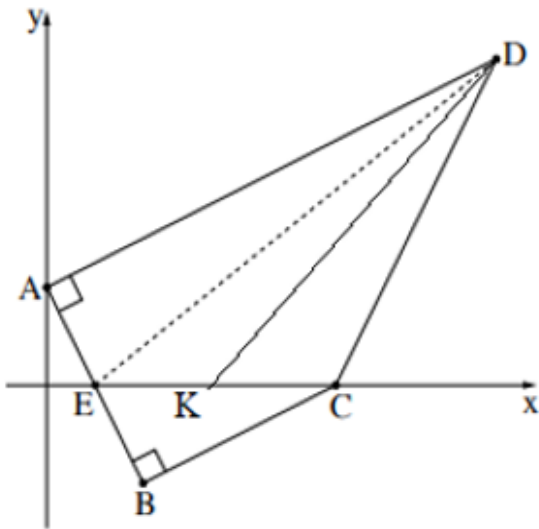
(2) האם המשולשים AOC ו- ACB דומים זה לזה? נמקו.



א. הוכחה. ב. 12 יח"ר. $AO = x$. ג. (1) 4.5 יח"ר. $CD = x$. ג. (2) $CO = 16, BD = 6$.

ד. (1) 69.44° . ד. (2) לא.

שאלה 5



ABCD הוא טרפז ישר זווית ($AD \parallel BC$, $\sphericalangle ABC = 90^\circ$).

הנקודה E היא אמצע הצלע AB (ראו סרטוט).

נתון: $A(0, 6)$, $B(6, -6)$.

א. מצאו את שיעורי הקודקוד E.

ב. (1) מצאו את שיפוע הצלע AB.

(2) מצאו את משוואת הצלע BC.

הקודקוד C נמצא על ציר ה-x.

ג. מצאו את שיעורי הקודקוד C.

ד. (1) מצאו את משוואת ישר AD.

(2) משוואת ישר CD היא $y = 2x - 36$.

מצאו את שיעורי הנקודה D.

הנקודה K נמצאת על ציר ה-x. נתון כי יחיד $DK = 25$.

ה. (1) מצאו את שיעורי הנקודה K אם ידוע שהיא נמצאת בין נקודות E ו-C.

(2) מצאו את שטח המשולש DEK.

(3) מצאו את גודל הזוויות $\sphericalangle AED$, $\sphericalangle BEC$, ו- $\sphericalangle DEC$.

חשבון דיפרנציאלי

שאלה 1

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 8x^2 - 16x$.

- א. מצאו: (1) תחום הגדרה. (2) נקודות קיצון.
(3) תחומי עלייה וירידה. (4) נקודות חיתוך עם הצירים.
ב. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.
ג. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x+3)$.
- (1) בכמה יחידות ולאיזה כיוון יש להזיז את גרף הפונקציה $f(x)$, כדי לקבל את הגרף של $g(x)$?
(2) מהן שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$?
(3) שרטטו (ללא חישובים נוספים) סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.
ד. (1) לאילו ערכים של k , יש למשוואה $f(x) = k$ שני פתרונות?
(2) לאילו ערכים של k , יש למשוואה $g(x) = k$ שני פתרונות?

תשובות

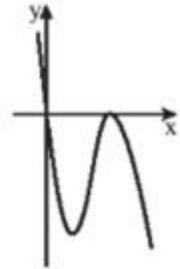
- א. (1) כל x . (2) $(1\frac{1}{3}; -9\frac{13}{27})$ מינימום, $(4; 0)$ מקסימום.
(3) עלייה: $1\frac{1}{3} < x < 4$, ירידה: $x > 4$ או $x < 1\frac{1}{3}$. (4) $(0; 0)$, $(4; 0)$.

ב. (1) 3 יחידות שמאלה.

(2) $(-1\frac{2}{3}; -9\frac{13}{27})$ מינימום, $(1; 0)$ מקסימום.



(3)



ד. (1) $k = -9\frac{13}{27}$, $k = 0$ (2) $k = -9\frac{13}{27}$, $k = 0$

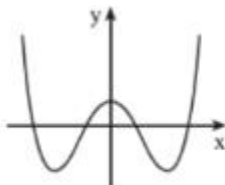
שאלה 2

נתונה הפונקציה $f(x) = x^4 - 18x^2 + 32$.

- א. הוכיחו שהפונקציה היא פונקציה זוגית.
ב. מצאו: (1) נקודות קיצון. (2) תחומי עלייה וירידה. (3) נקודות חיתוך על הצירים.
ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.
ד. מהם תחומי החיוביות של הפונקציה $f(x)$?
ה. היעזרו בסעיפים קודמים, ופתרו את אי השוויון $x^4 - 18x^2 + 32 < 0$.

תשובות

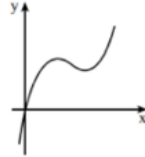
- א. (1) $(-49; -3)$ מינימום, $(0; 32)$ מקסימום, $(-3; -49)$ מינימום.
(2) עלייה: $x > 3$ או $-3 < x < 0$. ירידה: $0 < x < 3$ או $x < -3$.
(3) $(-\sqrt{2}; 0)$, $(\sqrt{2}; 0)$, $(-4; 0)$, $(4; 0)$, $(0; 32)$
ד. $x > 4$ או $-\sqrt{2} < x < \sqrt{2}$ או $x < -4$
ה. $-4 < x < -\sqrt{2}$ או $\sqrt{2} < x < 4$.



שאלה 3

- הפונקציה $f(x) = 2x^3 - mx^2 + 12x$ מקיימת: $f'(3) = 12$.
- מצאו את m .
 - מצאו את שיעורי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים.
 - מצאו את שיעורי נקודות המינימום והמקסימום של הפונקציה.
 - שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה.

תשובות



ד.

- $m = 9$.
- $(0;0)$.
- מקסימום $(1;5)$, מינימום $(2;4)$.

שאלה 4

- לפונקציה $f(x) = -x^3 + 1.5x^2 + 6x + a$, פרמטר a .
- המשיק לפונקציה בנקודה $x=3$ עובר בנקודה $(0.4, 6.5)$.

- מצאו את משוואת המשיק הנ"ל.
- מצאו את הפרמטר a .
- הציבו את a וענו על הסעיפים הבאים.

- מהי משוואת הישר שעובר דרך נקודות הקיצון של הפונקציה?
- האם הפונקציה ופונקציית הנגזרת בעלות אותו השיפוע בנקודת החיתוך שלהם עם ציר ה- x ?

תשובות:

א. $y = -12x + 11.3$

ב. $a = 11.3$

ג. $y = 3.5x + 12.05$

ד. לא.

שאלה 5

- גרף הפונקציה $f(x) = 2x^5 + mx^4 + 3$ עובר בנקודה $(1,0)$.
- מצאו את m .

הציבו $m = -5$ וענו על הסעיפים הבאים:

- עבור הפונקציה $f(x)$ מצאו את:

1. שיעורי נקודות הקיצון ואת סוגן.

2. תחומי העלייה והירידה.

ג. שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

- לגרף הפונקציה $f(x)$ מעבירים משיק בנקודה שבה $x = -1$. מצאו את משוואת המשיק.

ה. נתונה פונקציה חדשה $g(x) = f(x + 2)$

- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה החדשה $g(x)$ וקבעו את סוגן.
- שרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

שאלה 6

נתונה הפונקציה: $f(x) = x^3 + \frac{2x^2}{a} - x + a$, פרמטר a

הפונקציה $f(x)$ עוברת בנקודה $(-1, 3)$

א. מצא את הפרמטר a (הבדילו בין 2 מקרים)

הציבו את $a=2$ ופתרו את הסעיפים הבאים

ב. מצא את נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבעו את סוגן

ג. שרטטו את גרף הפונקציה $f(x)$

תשובות:

א. $a = 2$ או $a = 1$

ב.

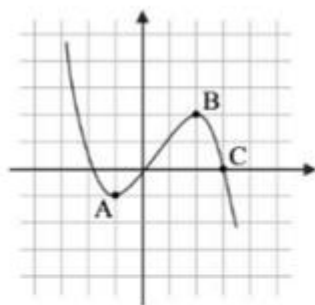
• מקסימום: $(-1, 3)$

• מינימום: $(\frac{1}{3}, \frac{49}{27})$

ג. סקיצה.

אנליזה

שאלה 1



לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$ ועליו מסומנות הנקודות A, B ו-C. השלימו את הטבלה ומצאו לאן יועתקו כל אחת מהנקודות A, B ו-C לאחר שיבוצעו הטרנספורמציות הבאות על הפונקציה $f(x)$:

הפונקציה	הנקודה A	הנקודה B	הנקודה C
א. $f(x-2)$			
ב. $f(x+5)$			
ג. $-f(x)$			
ד. $f(-x)$			

תשובות:

א. $A(1, -1), B(4, 2), C(5, 0)$ ב. $A(-6, -1), B(-3, 2), C(-2, 0)$ ג. $A(-1, 1), B(2, -2), C(3, 0)$ ד. $A(1, -1), B(-2, 2), C(-3, 0)$

שאלה 2

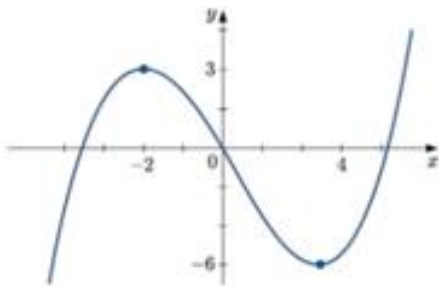
- נתונה הפונקציה $f(x)$ המוגדרת לכל x . לפונקציה יש נקודת מקסימום בשיעורים $(-2, 6)$ ונקודת מינימום בשיעורים $(4, -3)$. הגרף חותך את ציר ה- x בשלוש נקודות: $x = -5, x = 0, x = 7$.
- א. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה $f(x)$ על פי הנתונים.
 ב. נגדיר פונקציה חדשה: $g(x) = f(x - 3)$.
- מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $g(x)$ וקבעו את סוגן.
 - מהן נקודות החיתוך של $g(x)$ עם ציר ה- x ?
 - נגדיר פונקציה חדשה: $h(x) = f(x) + 4$.
 - מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של $h(x)$ וקבעו את סוגן.
 - האם לפונקציה $h(x)$ יש יותר נקודות חיתוך עם ציר ה- x , פחות, או מספר זהה לפונקציה $f(x)$? הסבירו את תשובתכם.

תשובות סופיות

א. סקיצה

- ב. 1. מקסימום: $(1, 6)$, מינימום: $(7, -3)$.
- ב. 2. $(-2, 0), (3, 0), (10, 0)$.
- ג. 1. מקסימום: $(-2, 10)$, מינימום: $(4, 1)$.
- ג. 2. פחות

שאלה 3



לפניכם גרף הפונקציה $f(x)$.

לפונקציה יש נקודת מקסימום בשיעורים $(-2, 3)$ ונקודת מינימום בשיעורים $(4, -6)$.

א. נתונה הפונקציה החדשה: $g(x) = f(x - 5) + 2$.

1. מצאו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה $g(x)$ וקבעו את סוגן.

2. סרטטו סקיצה של גרף הפונקציה $g(x)$.

3. כמה נקודות חיתוך יש לגרף הפונקציה $g(x)$ עם ציר ה- x ? נמקו את תשובתכם.

ב. נתונה הפונקציה החדשה: $h(x) = f(x + 3) + c$.

נתון כי אחת מנקודות הקיצון של הפונקציה $h(x)$ נמצאת על ציר ה- x .

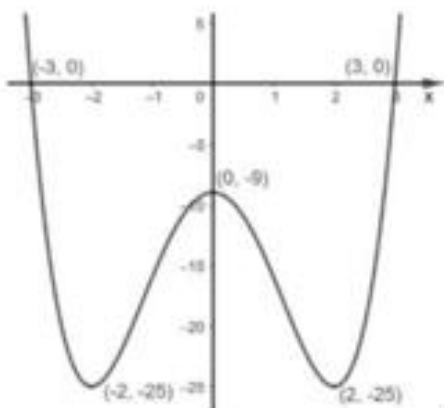
1. מצאו את הערכים האפשריים של הפרמטר c .

2. נתון שנקודת המינימום של הפונקציה $h(x)$ נמצאת על ציר ה- x . הציבו את ה- c המתאים ומצאו

כמה פתרונות יש למשוואה $h(x) = 0$.

תשובות סופיות	
א. 1. מקסימום ב- $(3, 5)$, מינימום ב- $(9, -4)$.	
א. 2. סקיצה	
א. 3. 3 נקודות חיתוך.	
ב. 1. $c = -3$ או $c = 6$.	
ב. 2. 2 פתרונות.	

שאלה 4



הפונקציה בשרטוט היא $f(x) = x^4 - 8x^2 - 9$.

א. האם הפונקציה $f(x)$ זוגית, אי זוגית או לא זוגית ולא אי זוגית?

ב. הפונקציה $g(x)$ מקיימת $g(x) = f(x) + b$.

נתון שנקודת המקסימום שלה נמצאת על ציר ה- x .

(1) מצאו את b .

(2) שרטטו את גרף הפונקציה $g(x)$.

ג. הפונקציה $h(x)$ מקיימת $h(x) = f(x) + a$.

נתון שנקודות המינימום שלה נמצאות על ציר ה- x .

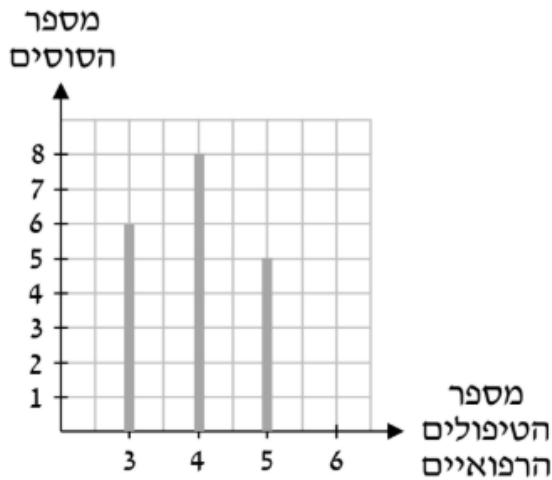
(1) מצאו את a .

(2) שרטטו את גרף הפונקציה $h(x)$.

תשובות:	
א. פונקציה זוגית.	
ב. (1) $b = 9$	
ב. (2) שרטוט	
ג. (1) $a = 25$	
ג. (2) שרטוט	

סטטיסטיקה

שאלה 1



בחוזה מתגוררים 24 סוסים.

בעל החווה בדק כמה פעמים נזקק כל סוס לטיפול רפואי.

התוצאות הוצגו בדיאגרמת העמודות שלפניכם.

החקלאי שכח להציג עמודה עבור סוסים שעברו 6 טיפולים.

א. מהו המשתנה המופיע בדיאגרמה?

ב. האם זהו משתנה איכותי, כמותי בדיד או כמותי רציף?

ג. כמה סוסים עברו 6 טיפולים רפואיים?

ד. מהי השכיחות של הסוסים שעברו 5 טיפולים?

ה. חשבו את השכיחות היחסית של הסוסים שעברו:

1. שלושה טיפולים. 2. ארבעה טיפולים.

ו. חשבו את ממוצע הטיפולים.

ז. חשבו את החציון.

ח. חשבו את סטיית התקן.

ט. כל אחד מהסוסים נזקק לטיפול נוסף. מה יהיה הממוצע החדש?

י. לחווה הצטרפו 3 סוסים חדשים. כל אחד מהם נזקק ל 2 טיפולים. האם החציון השתנה? נמקו.

א. מספר הטיפולים הרפואיים. ב. כמותי בדיד. ג. 5. ד. 5. ה. 1. 2. $\frac{1}{3}$.

ו. 4.375. ז. 4. ח. 1.072. ט. 5.375. י. לא

שאלה 2

בכיתה נערך מבחן. התקבלה התפלגות הציונים הבאה:

10	9	8	7	6	5	הציון
1	5		3	6	1	מספר התלמידים

מהו סוג המשתנה? (איכותי/כמותי בדיד/כמותי רציף)

ממוצע הציונים הוא 7.45.

א. כמה תלמידים קיבלו ציון 8?

ב. מהו החציון?

ג. מהו השכיח?

ד. לכיתה נוספו 4 תלמידים שנבחנו במועד ב'. 2 תלמידים קיבלו ציון 10, אחד קיבל ציון 5,

ואחד קיבל ציון 7.

(1) האם הממוצע השתנה? נמקו. (2) האם החציון השתנה? נמקו. (3) האם השכיח השתנה? נמקו.

א) 4 ב) 7.5 ג) 6 ד) (1) הממוצע עלה (2) החציון לא השתנה (3) השכיח לא השתנה.

שאלה 3

בבית ספר תיכון בדקו כמה ספרי לימוד רכשו תלמידי שכבת י' בחנות הספרים המקומית בתחילת השנה. התקבלו הנתונים הבאים:

5	4	3	2	מספר ספרי הלימוד
x	30	40	50	מספר התלמידים

המספר הממוצע של ספרי לימוד שרכש תלמיד בשכבה הוא 3 ספרים.

א. כמה תלמידים רכשו 5 ספרי לימוד?

ב. מהו החציון ומהו השכיח של מספר ספרי הלימוד שרכש תלמיד בשכבה?

ג. מהו אחוז התלמידים שרכשו 3 ספרי לימוד?

ד. עקב שינוי בתוכנית הלימודים, הוחלט להוסיף ספרי עזר נוספים כך שממוצע הספרים שירכשו התלמידים בשנה הבאה יעלה ב-20% לעומת הממוצע הנוכחי. מה יהיה הממוצע החדש?

שאלה 4

הטבלה הבאה מתארת את השכר החודשי של כל העובדים בחברת "סלע":

8,000	6,000	5,500	השכר החודשי (בש"ח)
10	x	$70 - x$	מספר העובדים

השכר החודשי הממוצע הוא 6,125 ש"ח.

(א) כמה עובדים בחברת "סלע"? הסבירו את חישובכם.

(ב) מהו מספר העובדים המשתכרים 6,000 ש"ח לחודש (חשבו את ערכו של x)?

(ג) מהו השכר החודשי השכיח? הסבירו את תשובתכם.

בחברה החליטו לגייס עובדים חדשים שהשכר החודשי של כל אחד מהם יהיה 9,000 ש"ח.

(ד) אם השכר החודשי השכיח יהיה 9,000 ש"ח, מהו מינימום מספר העובדים שיש לגייס למפעל זה

במשכורת זו? הסבירו את תשובתכם.

(א) 80 עובדים.

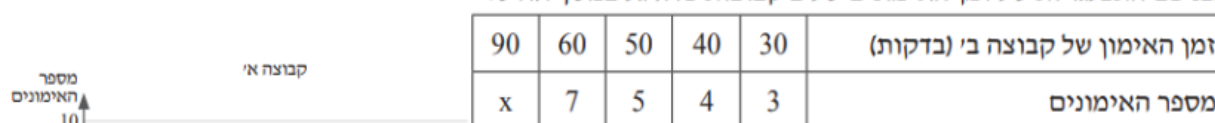
(ב) 50 עובדים.

(ג) 6,000 ש"ח.

(ד) 51 עובדים.

שאלה 5

לפניכם התפלגויות של זמן האימונים של 2 קבוצות כדורגל במשך חודש.



זמן האימון הממוצע של קבוצה ב' הוא 58.4 דקות.

- מצאו את מספר האימונים של קבוצה ב', שאורכם 90 דקות?
- מהו זמן האימון השכיח של כל אחת מהקבוצות?
- איזו קבוצה, זמן האימון הממוצע שלה הוא ארוך יותר? נמקו.
- המאמן של קבוצה א' קבע אימון נוסף לאותו החודש. לאחר הוספת זמן האימון הנוסף להתפלגות, נמצא כי זמן האימון החציוני של קבוצה א' לא השתנה. מהו זמן האימון שהוסיף המאמן לקבוצה א'?

- (א) 6 אימונים (ב) קבוצה א' – שני שכיחים: 30 ו-90, קבוצה ב' - 60 דקות
 (ג) קבוצה ב' – 58.4 דקות לעומת 57.2 דקות (ד) 50 דקות

שאלה 6

להלן התפלגות הציונים של קבוצת תלמידים במבחן:

10	9	8	7	6	הציון
4	9	x	9	4	מספר התלמידים

- הראו כי ממוצע הציונים במבחן הוא 8.
- כמה תלמידים קיבלו ציון 8, אם **סטיית התקן** במבחן זה היא $\frac{5}{6}$?